REPÚBLICA PORTUGUESA | EDUCAÇÃO

RTP

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 23		
ANO(S)	10º e 1º F	DISCIPLINA MACS/ Matemática
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS		• Desenvolver Competências Sociais de Intervenção; • Compreender os diferentes sistemas de votação.

Título/Tema do Bloco

Sistemas de representação Proporcional: Método de Hamilton e de Jefferson

Teoria Matemática das Eleições
MACS

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Tarefa 1

Um Agrupamento de Escolas decidiu criar uma comissão de 20 alunos constituída por elementos dos quatro níveis de ensino.
No Agrupamento estão matriculados:

- 40 alunos no 1.º ciclo;
- 120 alunos no 2.º ciclo;
- 220 alunos no 3.º ciclo;

350 alunos no secundário.

Adaptado de Manual MACS 10.º ano- Porto Editora

Secundário/ 10.ºano

Total de alunos do Agrupamento:

Ciclos de Ensino	1.º	2.º	3.º	Ensino Secundário
Número de alunos	40	120	220	350

$40+120+220+350=$ 730 alunos

Determinar o quociente entre o número total de alunos e o número de elementos da comissão:

$$\frac{\text{Nº total de alunos}}{\text{Nº de alunos que constituem a comissão}} = \frac{730}{20} = 36{,}5$$

Ao quociente entre o número total de votos e o número de elementos da comissão, denomina-se por Divisor – Padrão (DP.

Então: $DP = \frac{730}{20} = 36{,}5$

$$\boxed{DP = \frac{\text{número total de votos}}{\text{número de lugares a distribuir}}}$$

Determinar o quociente entre o número de votos de cada Ciclo de ensino e o D.P.:

1.º ciclo$\rightarrow \frac{40}{36{,}5} \approx 1{,}096$

2.º ciclo$\rightarrow \frac{120}{36{,}5} \approx 3{,}288$

3.º ciclo$\rightarrow \frac{220}{36{,}5} \approx 6{,}027$

secundário$\rightarrow \frac{350}{36{,}5} \approx 9{,}589$

Este quociente denomina-se por Quota-Padrão (QP).

$$\boxed{QP = \frac{\text{Número de votos na lista X}}{\text{Divisor} - \text{Padrão}}}$$

Atribuir o número de representantes, de cada ciclo de ensino, atendendo ao valor inteiro de cada Quota-Padrão:

1.º ciclo→ $QP = 1{,}096$ → **1** representante
2.º ciclo→$QP = 3{,}288$ → **3** representantes
3.º ciclo→$QP = 6{,}027$ → **6** representantes
secundário→$QP = 9{,}589$ → **9** representantes

Total dos representantes já atribuídos: $1 + 3 + 6 + 9 = 19$
Falta um representante na comissão vamos definir o ciclo a que pertence.
Regra para decidir a atribuição do último elemento da comissão:
Escolher o maior valor decimal das Quotas-Padrão e o representante será atribuído a esse ciclo.

1.º ciclo$\rightarrow$ $QP = 1{,}096$
2.º ciclo$\rightarrow QP = 3{,}288$
3.º ciclo$\rightarrow QP = 6{,}027$
secundário$\rightarrow QP = 9{,}589$

A comissão será constituída por:

- 1 aluno do 1.º ciclo;
- 3 alunos do 2.º ciclo;
- 6 alunos do 3.º ciclo;
- 10 alunos do secundário.

Resumindo:

Método de Hamilton

Etapas	
1. ª	Calcular o divisor-Padrão
2. ª	Calcular a Quota-Padrão de cada lista candidata
3. ª	Atribuir a cada lista o número de lugares igual ao valor da quota inferior (é a parte inteira da Quota-Padrão)
4.ª	Se sobrarem lugares atribui-se um de cada vez às listas cuja parte decimal da quota-padrão for maior.

2. Eleições

Considere a tabela seguinte onde se encontra o número de votos obtidos por três listas, para uma eleição de 20 lugares.

Listas	A	B	C	Total
Número de votos	240	930	830	2000

Usando o método de Hamilton, indique o número de representantes de cada lista.

DP = $\frac{2000}{20} = 100$

Quotas-Padrão:

Lista A $\rightarrow \frac{240}{100} = 2{,}4$

Lista B $\rightarrow \frac{930}{100} = 9{,}3$

Lista C $\rightarrow \frac{830}{100} = 8{,}3$

Candidatos eleitos:

Lista A $\rightarrow$ 2

Lista B $\rightarrow$ 9

Lista C $\rightarrow$ 8

19 candidatos

Secundário

10.ºano

Como há 20 lugares, o representante em falta será um candidato da lista A.

Quotas-Padrão:

Lista A$\rightarrow \frac{240}{100} = 2,4$

Lista B $\rightarrow \frac{930}{100} = 9,3$

Lista C $\rightarrow \frac{830}{100} = 8,3$

O número de representantes de cada lista será:

Candidatos eleitos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Lista A}\rightarrow 2 +1\\ \text{Lista B}\rightarrow 9\\ \text{Lista C}\rightarrow 8\end{array}\right\}\text{ 20 candidatos}$$

3. Novas Eleições

Nas Eleições seguintes o número de mandatos a atribuir passou a 21. O número de votos em cada lista manteve-se. O que se alterou?

Listas	A	B	C	Total
Número de votos	240	930	830	2000

DP= $\frac{2000}{21} \approx 95,24$

Quotas-Padrão:

Lista A$\rightarrow \frac{240}{95,24} \approx 2,520$

Lista B $\rightarrow \frac{930}{95,24} \approx 9,765$

Lista C $\rightarrow \frac{830}{95,24} \approx 8,715$

Secundário

10.ºano

Total dos representantes já atribuídos:

$2 + 9 + 8 = 19.$

Falta atribuir 2 representantes.

Quotas-Padrão:

Lista A$\rightarrow \frac{240}{95,24} \approx 2,520$

Lista B $\rightarrow \frac{930}{100} \approx 9,765$

Lista C $\rightarrow \frac{830}{100} \approx 8,715$

Como há 21 lugares os que faltam serão ocupados um, pela lista B e o outro pela lista C.

Candidatos eleitos:

Lista A→2

Lista B →9 +1

Lista C →8 +1

21 candidatos

As listas B e C viram os seus mandatos aumentados e a Lista A diminuiu o número de eleitos.

Paradoxo de Alabama

Um aumento no número total de mandatos pode levar a que uma determinada lista perca lugares.

4. Tarefa 2

Em 2013, o ministério da Educação e Ciência distribuiu 53 quadros interativos por três escolas A, B e C, de acordo com a população escolar de cada uma delas.

Sabe-se que a Escola A tem 1040 alunos, a Escola B tem 700 e a Escola C tem 500 alunos.

Adaptado de Manual MACS 10.º ano- Porto Editora

Total de alunos nas três escolas:

$1040 + 700 + 500 = 2240$

Calcular o Divisor-Padrão:

DP= $\frac{2240}{53} \approx 42{,}264$

Secundário / 10.ºano

Calcular a Quota-Padrão relativa a cada escola:

Escola A→ $\frac{1040}{42{,}264} \approx 24{,}607$

Escola B→ $\frac{700}{42{,}264} \approx 16{,}563$

Escola C→ $\frac{500}{42{,}264} \approx 11{,}803$

Mas, $24 + 16 + 11 = 51 < 53$

Procurar, por tentativa e erro, um divisor modificado que é sempre **menor** que o divisor-padrão.

Utilizar para divisor modificado, por exemplo, o valor 40:

$$\text{Escola A} \rightarrow \frac{1040}{40} = 26$$

$$\text{Escola B} \rightarrow \frac{700}{40} = 17{,}5$$

$$\text{Escola C} \rightarrow \frac{500}{40} = 12{,}5$$

$26 + 17 + 12 = 55 > 53$

Procurar com recurso ao Excel, por tentativa e erro, um divisor modificado que terá de ser sempre **menor** que o Divisor-Padrão:

DIVISOR MODIFICADO

		Divisores Modificados			
DP=42,264		40	41	42	41,5
A	1040	26	25	24	25
B	700	17,5	17	16	16
C	500	12,5	12	11	12
Soma		**55**	**54**	**51**	**53**

Assim, a distribuição dos quadros interativos será:

Escola A→ 25 quadros interativos

Escola B→16 quadros interativos

Escola C→12 quadros interativos

Resumindo:

Método de Jefferson

Etapas	
1.ª	Calcular o Divisor-Padrão
2.ª	Calcular a Quota-Padrão de cada lista candidata
3.ª	Atribuir a cada lista o número de lugares igual ao valor da quota inferior (é a parte inteira da Quota-Padrão)
4.ª	Se sobrarem lugares (ou houver excesso) procura-se um **divisor modificado,** de modo que a soma das quotas modificadas inferiores seja igual ao total de mandatos