

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 45

DISCIPLINA Matemática

ANO(S) 12.º

APRENDIZAGENS ESSENCIAIS

- Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo $f(x) = a^x$ e $f(x) = \log_a x$, com $a > 1$.
- Conhecer e aplicar as derivadas de funções exponenciais e de funções logarítmicas.

Título/Tema do Bloco:

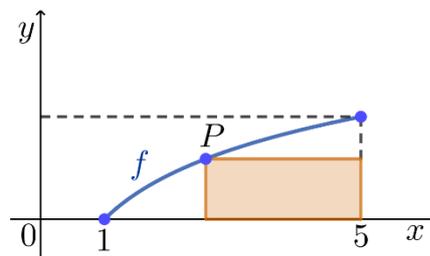
Modelos matemáticos envolvendo funções logarítmicas.

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Seja f a função, de domínio $[1, 5]$, definida por: $f(x) = \ln(x)$

Secundário /
12.º ano

Na figura está representado, em referencial o.n. xOy , o gráfico da função f .



Considera que um ponto P se desloca ao longo do gráfico de f . Para cada posição de P , considera o retângulo em que um dos lados está contido no eixo Ox , outro na reta de equação $x = 5$ e os outros dois nas retas vertical e horizontal que passam pelo ponto P .

Exprime a área do retângulo em função da abscissa de P , e, recorrendo à calculadora gráfica, determina a abscissa de P (aproximada às centésimas) para a qual a área do retângulo é máxima.

Apresenta os elementos recolhidos na utilização da calculadora:

- o gráfico obtido;
- o ponto de ordenada máxima e respetivas coordenadas.

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano, 2007 - 1.ª Fase

2. Num laboratório, foi colocado um purificador de ar.

Num determinado dia, o purificador foi ligado às zero horas e desligado algum tempo depois.

Ao longo desse dia, o nível de poluição do ar diminuiu, enquanto o purificador esteve ligado.

Uma vez o purificador desligado, o nível de poluição do ar começou de imediato a aumentar.

Admite que o nível de poluição do ar no laboratório, medido em mg/l de ar, às t horas desse dia, pode ser dado por:

$$P(t) = 1 - \frac{\ln(t + 1)}{t + 1}, \quad t \in [0, 24]$$

Nas duas alíneas seguintes, sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

- a) Qual é o nível de poluição à uma hora e trinta minutos da tarde?

Apresenta o resultado na unidade considerada, arredondado às décimas.

- b) Sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos, resolve o seguinte problema:

Quanto tempo esteve o purificador de ar ligado?

Apresenta o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano, 2003 - 1.ª Fase, 1.ª chamada

3. A magnitude M de um sismo e a energia total E libertada por esse sismo estão relacionadas pela equação:

$$\log_{10} E = 5,24 + 1,44M \quad (\text{a energia } E \text{ é medida em Joule})$$

- a) Um físico português estimou que o terramoto de Lisboa de 1755 teve magnitude 8,6. Mostra que a energia total libertada nesse sismo foi aproximadamente $4,2 \times 10^{17}$ Joule.



- b) A ponte Vasco da Gama foi concebida para resistir a um sismo cuja energia total libertada seja cinco vezes a do terramoto de Lisboa de 1755. Qual é a magnitude de um sismo com essa característica?

Apresenta o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano, 1998 - 2.ª Fase

4. Numa certa zona de cultivo, foi detetada uma doença que atinge as culturas. A área afetada pela doença começou por alastrar durante algum tempo, tendo depois começado a diminuir.

Admite que a área, em hectares, afetada pela doença, é dada, em função de t , por:

$$A(t) = 2 - t + 5 \ln(t + 1)$$

sendo t ($0 \leq t < 16$) o tempo, em semanas, decorrido após ter sido detetada essa doença.



- a) Quando a doença foi detetada, já uma parte da área de cultivo estava afetada. Passada uma semana, a área de cultivo afetada pela doença aumentou. De quanto foi esse aumento?
Resolve, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos e apresenta o resultado em hectares, arredondado às centésimas.
- b) Recorre à calculadora gráfica para determinar durante quanto tempo a área de cultivo afetada foi superior a 5 hectares.
Apresenta o resultado em dias arredondado às unidades.

Apresenta os elementos recolhidos na utilização da calculadora:

- o(s) gráfico(s) obtido(s);
- as coordenadas dos pontos relevantes arredondadas às centésimas.

Adaptado de *Exame Nacional de 12.º ano, 2009 - 2.ª Fase*