#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 06		
ANO(S)	11º e 2º F	DISCIPLINA MACS/ Matemática
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS		• Conhecer e aplicar conceitos de probabilidades e resolver problemas envolvendo cálculo de probabilidades; • Conceber e analisar estratégias variadas de resolução de problemas; • Resolver problemas de contagem.

Título/Tema do Bloco

Acontecimentos Independentes

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Acontecimentos Independentes

Um saco tem 2 bolas pretas e 3 bolas brancas. Extraem-se aleatoriamente e sucessivamente 2 bolas com reposição, ou seja, antes de retirar a 2.ª bola é reposta a 1.ª bola no saco.

a) Qual é a probabilidade de sair bola preta na 2.ª bola sabendo que saiu bola branca na 1.ª bola?

$P(P2\ |B1)=\frac{2}{5}$

$P(P2\ |B1)=\frac{P(P2\cap B1)}{P(B1)}=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{2}{5}$

Obtemos : $P(P2\ |B1)=P(P2)$, com $P(B1)>0$

Independentemente da cor da primeira bola retirada.

b) Qual é a probabilidade de saírem duas bolas pretas?

$$P(P1 \cap P2) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Sabemos pela definição de probabilidade condicionada que:

$$P(P1 \cap P2) = P(P2\ |P1) \times P(P1)$$

Mas, $P(P2\ |P1) = P(P2)$

Então:

$$P(P1 \cap P2) = P(P2) \times P(P1)$$

2. Tarefa:

Colocaram-se, ao acaso, notas de 10€ ou de 20€ num envelope, num total de quatro notas.

Considere os acontecimentos:

A: “ As notas são de dois valores distintos”

B: “ No máximo, uma das notas é de 20€”

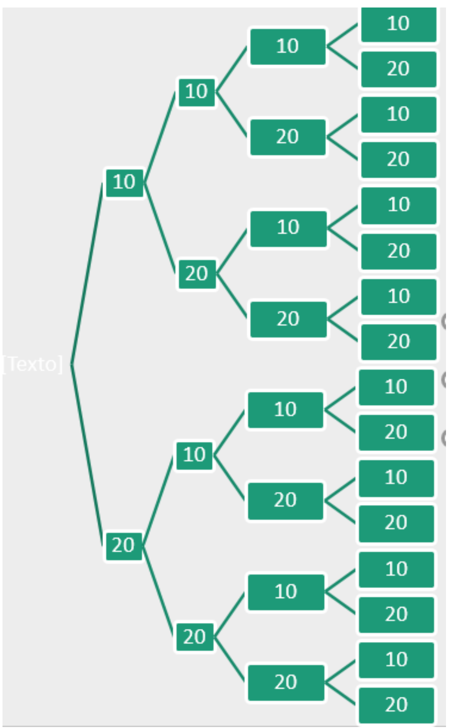
1. Calcule:

$a)\ P(A)$

$$P(A) = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

$b)\ P(B)$

$$P(B) = \frac{5}{16}$$



Secundário

11.ºano

A ={(10, 10, 10, 20); (10, 10, 20, 10); (10, 10, 20, 20); (10, 20, 10, 10); (10, 20, 10, 20); (10, 20, 20, 10); (10, 20, 20, 20); (20, 10, 10, 10); (20, 10, 10, 20); (20, 10, 20, 10); (20, 10, 20, 20); (20, 20, 10, 10); (20, 20, 10, 20); (20, 20, 20, 10)};

B ={(10, 10, 10, 20); (10, 10, 20, 10); (10, 20, 10, 10); (20, 10, 10, 10); (10, 10, 10, 10)}

2. Calcule:

$\boldsymbol{a}) \, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \, | \boldsymbol{B})$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \, | \boldsymbol{B}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{16}}{\frac{5}{16}} = \frac{4 \times 16}{5 \times 16} = \frac{4}{5}$$

$b) \, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B} \, | \boldsymbol{A})$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B} \, | \boldsymbol{A}) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{16}}{\frac{14}{16}} = \frac{4 \times 16}{16 \times 14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

3. Verifique se os acontecimentos A e B são independentes.

$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \, | \boldsymbol{B}) = \frac{4}{5} \neq \frac{7}{8}$ e como $P(A) = \frac{7}{8}$

Obtemos: $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \, | \boldsymbol{B}) \neq P(A)$

$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B} \, | \boldsymbol{A}) = \frac{2}{7} \neq \frac{5}{16}$ e como $P(B) = \frac{5}{16}$

Obtemos: $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B} \, | \boldsymbol{A}) \neq P(B)$

Concluímos que *A* e *B* não são independentes

3. O que já sei:

As pastilhas Sabores e Cores:

A composição de uma caixa de pastilhas é tal que a probabilidade de tirar uma ao acaso e ela ter cada uma das cores é dada pela seguinte tabela:

Cor	Vermelha	Amarela	Castanha	Laranja	Verde	Azul
Probabilidade	0,25	0,25	0,15	0,10	0,20	0,05

Retirando ao acaso uma pastilha da caixa, qual é a probabilidade de ser:

$P(\text{"}Vermelha\text{"}) = 0{,}25;$

$P(\text{"}Vermelha\ ou\ Amarela\text{"}) = 0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}50;$

$P(\text{"}Não\ ser\ vermelha\text{"}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75.$

Secundári

11.ºano

Uma caixa tem 30 pastilhas indistinguíveis ao tato, tais que:

- 10 são cor de laranja;
- 15 são de cor castanha;

- as restantes têm cor verde.

Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, com reposição, duas pastilhas da caixa.

Qual é a probabilidade da 2.ª pastilha ser de cor laranja sabendo que a 1.ª pastilha foi de cor castanha?

- Considere os acontecimentos:
  - L_2: 2.ª pastilha ser Laranja
  - C_1: 1.ª pastilha ser Castanha

$$P(L_2\,|C_1) = \frac{P(L_2 \cap C_1)}{P(C_1)} = \frac{\frac{10}{30}\times\frac{15}{30}}{\frac{15}{30}} = \frac{15\times10\times30}{15\times30\times30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Verifique se acontecimentos C_1 e L_2 são independentes.

$P(L_2\,|C_1) = \frac{10}{30}$ e $P(L_2) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

Os Acontecimentos são Independentes.

4. Tarefa:

Realizaram-se as eleições para a Direção de um grupo desportivo. Na tabela, encontra-se a distribuição, por sexo, dos votos validamente expressos obtidos pelas quatro listas concorrentes A, B, C e D:

Secundári
11.ºano

Lista	A	B	C	D
Número de votos de mulheres	714	624	358	305
Número de votos de homens	518	411	255	250

Considere os acontecimentos:

D: votar na lista D
B: votar na lista B
H: Ser um Homem
M: ser uma Mulher

1. Escolhendo ao acaso um votante, determine:

a) $P(M\,|B)$

Lista	A	B	C	D
Número de votos de mulheres	714	624	358	305
Número de votos de homens	518	411	255	250

2001, 1434; 1232 | 1035 | 613 | 555 | 3435

$$P(M\,|\,B)=\frac{P(M\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{624}{3435}}{\frac{1035}{3435}}=$$

$$=\frac{624\times \cancel{3435}}{1035\times\cancel{3435}}=\frac{624}{1035}=\frac{208}{345}$$

b) $P(M\ \cap D)$

Lista	A	B	C	D
Número de votos de mulheres	714	624	358	305
Número de votos de homens	518	411	255	250

2001, 1434; 1232 | 1035 | 613 | 555 | 3435

$$P(M\cap D)=\frac{305}{3435}\overset{:5}{=}\frac{61}{687}$$

2. Verifique se H e D são acontecimentos Independentes

Lista	A	B	C	D
Número de votos de mulheres	714	624	358	305
Número de votos de homens	518	411	255	250

2001, 1434; 1232 | 1035 | 613 | 555 | 3435

H e D são Independente se:

$$P(H\,|\,D)=P(H)$$

$$P(H)=\frac{1434}{3435}=\frac{478}{1145}$$

$$P(H\,|\,D)=\frac{P(H\cap D)}{P(D)}=\frac{\frac{250}{3435}}{\frac{555}{3435}}=\frac{250\times\cancel{3435}}{555\times\cancel{3435}}=\frac{50}{111}$$

logo H e D não são independentes