BLOCO N.º 18		
ANO(S)	11º e 2º F	DISCIPLINA MACS/ Matemática
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS		• Procurar padrões e regularidades e formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos; • Investigar propriedades de progressões aritméticas, numérica, gráfica e analiticamente; • Resolver Problemas simples usando propriedades das progressões aritméticas; • Resolver problemas simples de modelação matemática no contexto da vida real.

Título/Tema do Bloco

Progressão Aritmética:

- Definição;
- Termo Geral.

Modelos Matemáticos / Modelos Discretos

MACS / 2.º ano de Formação

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Progressão aritmética

Tabuada do 2	v_n a sequência dos números pares superiores ou iguais a 2.		
1 x 2 = 2	$v_1 = 2$	$v_2 - v_1 = 4 - 2 = 2$	Secundário 11.ºano
2 x 2 = 4	$v_2 = 4$	$v_3 - v_2 = 6 - 4 = 2$	
2 x 3 = 6	$v_3 = 6$	$v_4 - v_3 = 8 - 6 = 2$	
5 x 2 = 10	$v_5 = 10$	...	
10 x 2 = 20	$v_{10} = 20$		

Tabuada do 4	Z_n a sequência dos múltiplos de 4 superiores ou iguais a 4.	
1 x 4 = 4	$z_1 = 4$	$z_2 - z_1 = 8 - 4 = 4$
2 x 4= 8	$z_2 = 8$	$z_3 - z_2 = 12 - 8 = 4$
3 x 4 = 12	$z_3 = 12$	$z_4 - z_3 = 16 - 12 = 4$
5 x 4 = 20	$z_5 = 20$	...
11 x 4 = 44	$z_{11} = 44$	$z_{n+1} - z_n = 4$

Progressões Aritméticas

Sequências ou sucessões onde a diferença entre dois termos consecutivos é uma constante. Ou seja, $\boldsymbol{v_n - v_{n-1} = \mathbf{r}}$,

onde $\boldsymbol{r}$ é um número real e $\boldsymbol{n}$ um número natural. A constante **r** designa-se por **razão** da Progressão Aritmética.

Nota:

As tabuadas que aprendemos no 1.º Ciclo do Ensino Básico não são mais do que **Progressões Aritméticas**.

2. Aplicar

Escreva os cinco primeiros termos de uma progressão aritmética, em que o 1.º termo é -2 e a razão é igual a $\frac{1}{2}$.

$-2,\ -\frac{3}{2}, -1,\ -\frac{1}{2},\ 0, \ldots$

Numa progressão aritmética o primeiro termo é -3 e a razão é igual a 2. Calcule o 10.º termo da progressão.

$v_{10} = v_1 + 9 \times r$

$v_{10} = -3 + 9 \times 2 = -3 + 18 = 15$

Secundári
11.ºano

3. Termo geral de uma Progressão Aritmética

Voltando à sequência dos números pares, superiores ou iguais a 2.

$v_1 = 2$

$v_2 = 4 = 2 + 2 = v_1 + 1\text{x}2$

$v_3 = 6 = v_1 + 4 = v_1 + 2\text{x}2$

$v_4 = 8 = v_1 + 6 = v_1 + 3\text{x}2$

$v_{10} = 20 = v_1 + 18 = v_1 + 9\text{x}2$

$v_n = v_1 + (\text{n-1})\text{x}2$

Secundári
11.ºano

Voltando à sequência dos múltiplos de 4, superiores ou iguais a 4.

$z_1 = 4$

$z_2 = 8 = 4 + 4 = z_1 + 1\text{x}4$

$z_3 = 12 = z_1 + 8 = z_1 + 2\text{x}4$

$z_{11} = 44 = z_1 + 40 = z_1 + 10\text{x}4$

$z_n = z_1 + (\text{n-1})\text{x}4$

Resumindo:

O Termo geral de uma progressão aritmética é dado por:

$p_n = p_1 + (n-1) \times r$

ou

$p_n = p_0 + n \times r,$

em que n é um número natural e r é um real.

4. *Software* Informático

No ano de 2010, uma empresa de informática lançou um *software* para auxiliar escolas portuguesas nos Países Africanos de Língua Oficial Portuguesa (PALOP). No ano de lançamento vendeu 3000 unidades do software e desde então as suas vendas são de 620 unidades ao ano.

Admitindo que as vendas continuam ao mesmo ritmo, determinar o termo geral que traduz esta situação:

a) Por recorrência:

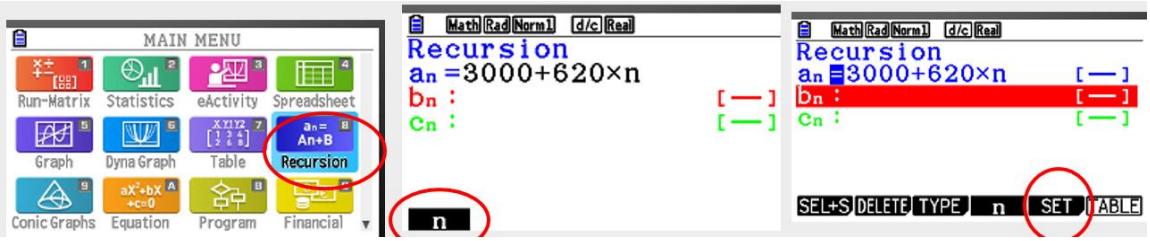
$$\begin{cases} u_0 = 3000 \\ u_n = u_{n-1} + 620 \end{cases}$$

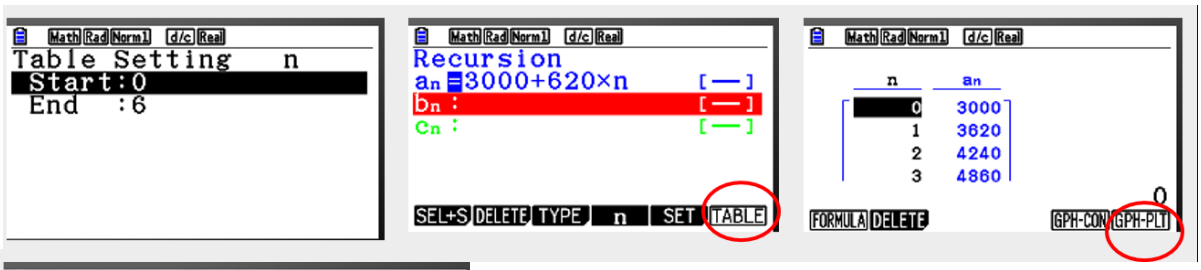
b) Por uma expressão algébrica:

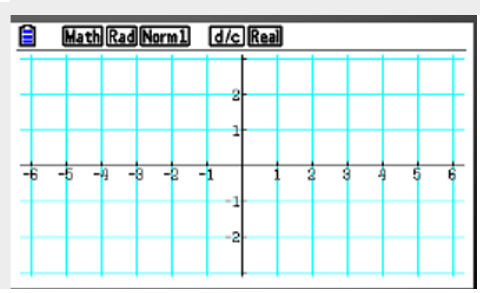
$$u_n = u_0 + r \times n = 3000 + 620n$$

Secundári 11.ºano

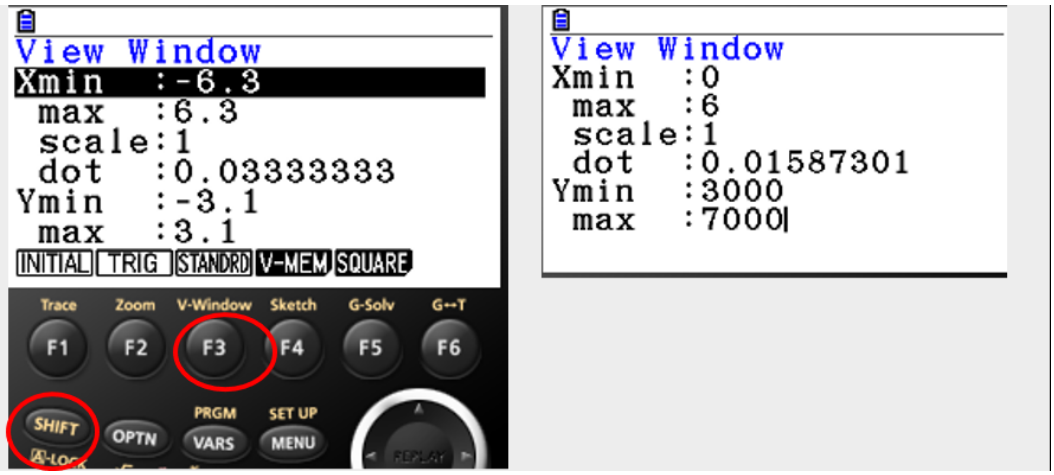
Construir um gráfico de pontos com o número de unidades vendidas de 2010 a 2015.

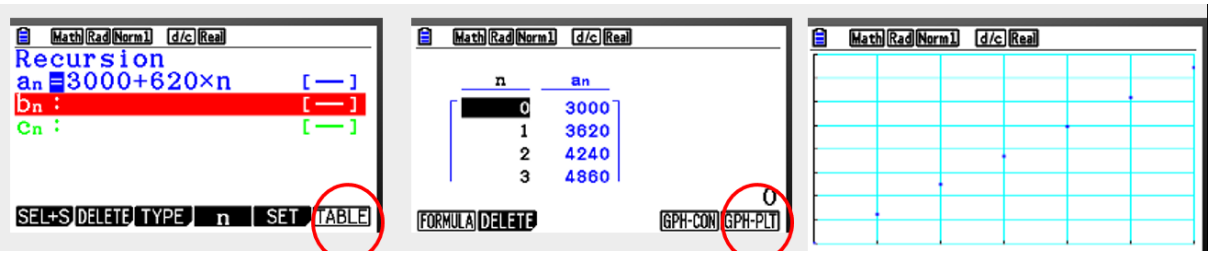






Alterar dimensões da Janela





Quantas unidades de software a empresa espera vender em 2020?

$u_n = u_0 + r \times n = 3000 + 620n$

$u_{10} = 3000 + 620 \times 10 = 3000 + 6200 = 9200$

A empresa espera vender 9200 unidades, em 2020.

Em que ano o número de unidades ultrapassará as 18000?

Estratégia 1: Resolução analítica

$3000 + 620n > 18000 <=>$

$<=> 620n > 18000 - 3000 <=>$

$<=> n > \frac{15000}{620} <=> n > 25$

Ultrapassará as 18000 unidades passados 25 anos, ou seja, em 2035.