

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 22

ANO(S) 10º e 1º F

DISCIPLINA MACS/ Matemática

APRENDIZAGENS ESSENCIAIS

- Desenvolver Competências Sociais de Intervenção;
- Compreender os diferentes sistemas de votação.

Título/Tema do Bloco

Sistemas Preferenciais: Atividades

Teoria Matemática das Eleições
MACS

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Festival de Verão

O Filipe e os seus 9 amigos decidiram ir a um festival de música. Para seleccionar um dos seus festivais preferidos, (A, B e C) realizaram uma votação de acordo com o seguinte método:

1) Atribuir pontos a cada um dos festivais de acordo com uma ordem de preferência:

- 5 pontos por cada voto na primeira preferência;
- 3 pontos por cada voto na segunda preferência;
- 1 ponto por cada voto na terceira preferência.

2) Contabilizar o total dos pontos de cada um dos festivais, o mais pontuado será escolhido.

3) Em caso de empate o festival será escolhido por sorteio.

A tabela seguinte apresenta as preferências resultantes da votação, sem contemplar o voto do Filipe.

Secundário/
10.ºano

Votos	2	2	2	3
1.ª Preferência	A	A	C	B
2.ª Preferência	B	C	B	C
3.ª Preferência	C	B	A	A

Admitindo que, depois de contabilizar o voto do Filipe, o festival B ficou em primeiro lugar e o C em último e não existiram empates.

Apresente a Lista de preferências do boletim de voto do Filipe.

Adaptado de Exame de MACS, 2020 1.ª Fase

De acordo com o método apresentado vamos atribuir pontos a cada um dos festivais:

Festivais:	Pontos atribuídos
A	$5 \times 2 + 5 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 3 =$ $= 25 \text{ pontos}$
B	$5 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 2 + 1 \times 2 =$ $= 29 \text{ pontos}$
C	$5 \times 2 + 3 \times 3 + 3 \times 2 + 1 \times 2 =$ $= 27 \text{ pontos}$

Sem o voto do Filipe os pontos atribuídos são:

Festivais:	Pontos atribuídos
A	25 pontos
B	29 pontos
C	27 pontos

O Filipe atribui:

- 1 ponto ao festival C → Total de votos: $27 + 1 = 28$
- 3 pontos ao festival A → Total de votos $25 + 3 = 28$ ✘

Empate entre Festival C e Festival A

- 5 pontos ao festival A → Total de votos $25 + 5 = 30$
- 3 pontos ao festival B → Total de votos $29 + 3 = 32$

Conclusão:

Após a contagem dos pontos incluindo a intenção de voto do Filipe tem-se:

Candidatos:	Pontos atribuídos
A	30 pontos
B	32 pontos
C	28 pontos

E o boletim de voto do Filipe seria:

BOLETIM DE PREFERÊNCIAS

1.ª preferência

2.ª preferência

3.ª preferência

2. Tarefa

O Rui, o Luís e o João são três candidatos a representar uma associação em sessões oficiais. Para eleger o vencedor votou-se nos candidatos por ordem de preferência. Tal como mostra a tabela.

Adaptado de Exame de MACS, 2007 -2.ªFase

Votos	40	45	38
1.ª Preferência	Rui	João	Luís
2.ª Preferência	Luís	Luís	Rui
3.ª Preferência	João	Rui	João

O método utilizado para apurar o vencedor obedeceu aos seguintes critérios:

- Por cada voto em primeira preferência atribuir 3 pontos, em segunda 2 pontos e em terceira preferência 1 ponto;
- Vence o candidato com pontuação mais elevada.

Secundário
10.ºano

Qual foi o candidato vencedor, segundo este método?

Candidatos:	Pontos atribuídos
Rui	$3 \times 40 + 2 \times 38 + 1 \times 45 = 120 + 76 + 45 = 241$ pontos;
Luís	$3 \times 38 + 2 \times 85 = 114 + 170 = 284$ pontos;
João	$3 \times 45 + 1 \times 78 = 135 + 78 = 213$ pontos.

O vencedor é o Luís com 284 pontos

Se fosse aplicado o sistema de maioria relativa, quem seria o vencedor?

Primeiras Preferências:

Rui → 40 votos;

João → 45 votos;

Luís → 38 votos.

O vencedor seria o João com 45 votos que corresponde a $\frac{45}{40+45+38} \times 100 =$

$\frac{45}{123} \times 100 \approx 36,6\%$ dos votos.

O vencedor pelo sistema maioritário perderia caso perdesse em confrontos sucessivos com os outros candidatos (método de Condorcet).

Terminados os confrontos dois a dois o Luís afirmou poder ser considerado o vencedor global.

Comente a afirmação apresentando os resultados obtidos.

O Luís pode ser considerado o vencedor global?

Confrontos Diretos:			
Luís vs João	L	40+38=78	Vence Luís
	J	45	
Luís vs Rui	L	45+38=83	Vence Luís
	R	40	
João vs Rui	J	45	Vence Rui
	R	40+38=78	

Número de vitórias:

Rui → 1 vitória;

João → 0 vitórias;

Luís → 2 vitórias.

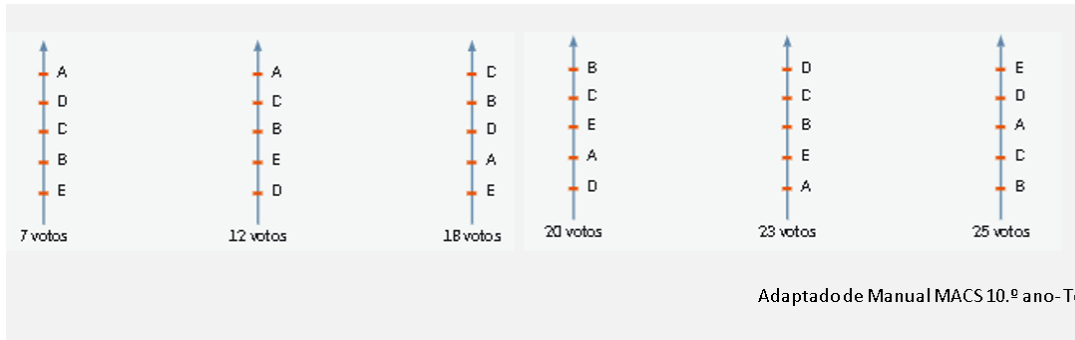
O Luís é vencedor segundo o método de Borda (atribuindo pontos aos candidatos), e o método dos confrontos diretos (método de Condorcet).

No caso se opta por um sistema maioritário o Luís não seria o vencedor. No entanto o que se afirmou foi que: o vencedor pelo sistema maioritário, neste caso o João perderia caso perdesse em confrontos sucessivos com os outros candidatos . O João não teve nenhuma vitória nos confrontos sucessivos com os outros candidatos.

O Luís pode ser considerado o vencedor global.

3. Atividade

Considere os seguintes esquemas preferenciais que traduzem uma votação:



Verifique, usando o método de Condorcet que não é possível determinar um vencedor desta eleição.

Construir a tabela que traduz os esquemas:

Votos	7	12	18	20	23	25
1.ª Preferência	A	A	C	B	D	E
2.ª Preferência	D	C	B	C	C	D
3.ª Preferência	C	B	D	E	B	A
4.ª Preferência	B	E	A	A	E	C
4.ª Preferência	E	D	E	D	A	B

Secundário
10.ºano

Construir a tabela dos confrontos diretos

Confrontos Diretos:																			
A vs B		A vs C		A vs D		A vs E		B vs C		B vs D		B vs E		C vs D		C vs E		D vs E	
A	B	A	C	A	D	A	E	B	C	B	D	B	E	C	D	C	E	D	E
7+12+25= 44	18+20+23 =61	44	61	39	66	37	68	20	85	50	55	80	25	50	55	80	25	48	57
Vence B		Vence C		Vence D		Vence E		Vence C		Vence D		Vence B		Vence D		Vence C		Vence E	

Não há um candidato com maior número de vitórias.

Logo não é possível determinar um vencedor desta eleição.

4. Associação de Estudantes

Uma Associação de Estudantes decidiu realizar uma votação para os alunos escolherem a cor da bandeira. A votação obedeceu ao método preferencial, conforme os resultados da tabela:

Votos	150	180	100
1.ª Preferência	C	A	C
2.ª Preferência	A	V	V
3.ª Preferência	V	C	A

Legenda:
 C → Castanho;
 A → Amarelo;
 V → Vermelho.

O Manuel afirma que a falta de indicação do método a usar para apurar a cor vencedora pode inviabilizar o processo de escolha da mesma, pois, aplicando o método A ou o método B, a cor vencedora não será a mesma.

Método A

- Comparar cores duas a duas sem alterar o número de votos e a ordem de preferência em que se encontram;
- A cor com maior número de votos é a vencedora em cada par;
- Repetir o processo com todas as cores;
- Indicar a cor vencedora

Método B

- Atribuir pontos às cores de acordo com a ordem de preferência em que se encontram;
- Na primeira preferência são atribuídos tantos pontos como cores em votação;
- Nas preferências seguintes atribui-se sempre menos um ponto que na preferência anterior;
- É escolhida a cor com maior número de pontos.

Mostre que o Manuel tem razão.

Método A

Confrontos Diretos:			
Amarelo vs Castanho	A	180	Vence Castanho
	C	150+100=250	
Amarelo vs Vermelho	A	180+150=330	Vence Amarelo
	V	100	
Castanho vs Vermelho	C	150+100=250	Vence Castanho
	V	180	

Vence a cor Castanho

Método B

Cores:	Pontos atribuídos
Amarelo	$3 \times 180 + 2 \times 150 + 1 \times 100$ $= 540 + 300 + 100 = 940$ pontos;
Castanho	$3 \times 150 + 3 \times 100 + 1 \times 180 =$ $450 + 300 + 180 = 930$ pontos;
Vermelho	$2 \times 180 + 2 \times 100 + 1 \times 150$ $= 360 + 200 + 150 = 710$ pontos.

Vence a cor Amarelo

Conclusão:

A Afirmação do Manuel é verdadeira. É fundamental definir o método a utilizar, caso contrário, os processos eleitorais dependeriam exclusivamente das/os preferências/ favoritismos dos responsáveis pelo escrutínio (*)

(*)

Ato de abrir a urna numa votação secreta e de recolher e contar os votos que nela entraram em favor de cada candidato.

In, *Dicionário Priberam da Língua Portuguesa*